

比例・反比例・一次関数「変域」確認プリント

※解き終わったら裏面の解答・解説で確認しましょう。

◆ 変域を求めるときの重要ポイント

- 比例・一次関数 ($y = ax + b$) :
 - $a > 0$ (右上がり) のとき: x が最小のとき y も最小、 x が最大のとき y も最大。
 - $a < 0$ (右下がり) のとき: x が最小のとき y は**最大**、 x が最大のとき y は**最小** (大小関係が逆転!)。
- 不等号の記号: $\leq$ (以上・以下) と $<$ (より大きい・未満) の違いに注意しましょう。

【1】 比例の変域

Q1. 関数 $y = 4x$ について、 x の変域が $2 \leq x \leq 5$ のときの y の変域を求めなさい。

Q2. 関数 $y = -3x$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のときの y の変域を求めなさい。

【2】 反比例の変域

Q1. 関数 $y = \frac{12}{x}$ について、 x の変域が $2 \leq x \leq 6$ のときの y の変域を求めなさい。

Q2. 関数 $y = -\frac{24}{x}$ について、 x の変域が $3 \leq x \leq 8$ のときの y の変域を求めなさい。

【3】 一次関数の変域

Q1. 一次関数 $y = 2x - 3$ について、 x の変域が $-1 \leq x \leq 4$ のときの y の変域を求めなさい。

Q2. 一次関数 $y = -4x + 1$ について、 x の変域が $-2 \leq x < 3$ のときの y の変域を求めなさい。 (※不等号の種類に注意!)

Q3. 一次関数 $y = ax + 2$ (ただし $a < 0$) について、 x の変域が $-1 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域が $-7 \leq y \leq 5$ となりました。このとき、定数 a の値を求めなさい。

比例・反比例・一次関数 「変域」 確認プリント

【1】 比例の変域 — 解答・解説

Q1. 【答え】 $8 \leq y \leq 20$

比例定数が $4(>0)$ なので、 x の値が増加すると y の値も増加します。

- $x = 2$ のとき、 $y = 4 \times 2 = 8$ (最小値)
- $x = 5$ のとき、 $y = 4 \times 5 = 20$ (最大値)

よって、 y の変域は $8 \leq y \leq 20$ となります。

Q2. 【答え】 $-9 \leq y \leq 6$

比例定数が $-3(<0)$ なので、 x が増加すると y は減少します (大小関係が逆転)。

- $x = -2$ のとき、 $y = -3 \times (-2) = 6$ (最大値)
- $x = 3$ のとき、 $y = -3 \times 3 = -9$ (最小値)

変域は「小 $\leq y \leq$ 大」の順に書くので、 $-9 \leq y \leq 6$ となります。

【2】 反比例の変域 — 解答・解説

Q1. 【答え】 $2 \leq y \leq 6$

$x > 0$ の範囲で、 $y = \frac{12}{x}$ は x の値が増加すると y の値は減少します。

- $x = 2$ のとき、 $y = \frac{12}{2} = 6$ (最大値)
- $x = 6$ のとき、 $y = \frac{12}{6} = 2$ (最小値)

したがって、 y の変域は $2 \leq y \leq 6$ となります。

Q2. 【答え】 $-8 \leq y \leq -3$

$x > 0$ の範囲で、 $y = -\frac{24}{x}$ は x の値が増加すると y の値も増加します。

- $x = 3$ のとき、 $y = -\frac{24}{3} = -8$ (最小値)
- $x = 8$ のとき、 $y = -\frac{24}{8} = -3$ (最大値)

したがって、 y の変域は $-8 \leq y \leq -3$ となります。

【3】一次関数の変域 — 解答・解説

Q1. 【答え】 $-5 \leq y \leq 5$

変化の割合（傾き）が $2(>0)$ なので、 x が最小のとき y も最小、 x が最大のとき y も最大です。

- $x = -1$ のとき、 $y = 2 \times (-1) - 3 = -5$

- $x = 4$ のとき、 $y = 2 \times 4 - 3 = 5$

よって、 $-5 \leq y \leq 5$ となります。

Q2. 【答え】 $-11 < y \leq 9$

傾きが $-4(<0)$ なので、大小関係が入れ替わります。また、不等号に注意が必要です。

- $x = -2$ ($x \leq -2$ の端) のとき、 $y = -4 \times (-2) + 1 = 9 \rightarrow y \leq 9$

- $x = 3$ ($x < 3$ の端、含まない) のとき、 $y = -4 \times 3 + 1 = -11 \rightarrow -11 < y$

したがって、不等号の向きを合わせて整理すると $-11 < y \leq 9$ となります。

Q3. 【答え】 $a = -3$

【考え方】 条件より $a < 0$ （グラフは右下がり）なので、 x が最小のとき y は最大、 x が最大のとき y は最小になります。つまり、

- $x = -1$ のとき、 $y = 5$

- $x = 3$ のとき、 $y = -7$

となります。 $x = -1, y = 5$ を $y = ax + 2$ に代入すると：

$$5 = a \times (-1) + 2 \implies 5 = -a + 2 \implies a = -3$$

（念のため $x = 3$ を代入すると $y = -3 \times 3 + 2 = -7$ となり条件を満たします。）
したがって、定数 a の値は $a = -3$ です。